

УДК 621.224.24

П.С. ЗАВЬЯЛОВ, канд. техн. наук; проф. НТУ «ХПИ»;
Ю.М. КУХТЕНКОВ, канд. техн. наук; ст. преп. НТУ «ХПИ»;
Ю.А. ПОДВОЙСКИЙ, н.с. НТУ «ХПИ»

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЙ В ОТСАСЫВАЮЩИХ ТРУБАХ ЖЕСТКОЛОПАСТНЫХ ГИДРОТУРБИН И ОБРАТИМЫХ ГИДРОМАШИН

Усовершенствована пространственная математическая модель и способ ее реализации для прогнозирования низкочастотных пульсаций давления от движения произвольного числа вихревых жгутов в отсасывающих трубах жестколопастных гидротурбин и обратимых гидромашин, а также методика построения пульсационных характеристик. Получены все геометрические параметры вихревых жгутов для турбин РО170 и ПР40, а также рассмотрен вопрос расчета их интенсивности.

Ключевые слова: математическая модель, пульсации давления, отсасывающая труба гидротурбины, геометрические параметры вихревого жгута, интенсивность вихревого жгута, пульсационная характеристика.

Введение

Вибрационное состояние гидротурбин в значительной степени зависит от пульсаций давления, которые обусловлены движением вихревых жгутов за рабочим колесом в отсасывающей трубе. Экспериментально установлено, что в гидротурбинах на режимах недогрузки и форсирования мощности имеет место наличие одного или нескольких вихревых жгутов. Силовое взаимодействие вихрей с элементами проточного тракта может привести к серьезным авариям. Обычно эти вихревые жгуты имеют сложную пространственную винтовую форму, поэтому для расчета пульсаций давления нужно использовать пространственные математические модели.

Технические показатели современных гидротурбин достаточно высоки, поэтому для их дальнейшего улучшения надо совершенствовать математические модели и методики расчета пульсационных характеристик гидротурбин, характеризующие уровень нестационарности гидротурбины.

Прогнозирование пульсационных характеристик на основе математического и численного моделирования позволяет уточнить расчеты на динамическую прочность, увеличить надежность, долговечность и более точно указать зону эксплуатационных режимов работы гидротурбины.

Пространственная математическая модель расчета пульсаций давления в отсасывающей трубе гидротурбины и обратимой гидромашинны

Математическая модель для произвольного числа физических вихревых жгутов была рассмотрена в [1] с учетом [2, 3]. Уточнение модели и разработка метода прогнозирования пульсаций давлений была рассмотрена в [4, 5]. В данной статье рассматривается дальнейшее усовершенствование реализации модели, получены аппроксимационные зависимости для всех геометрических параметров вихревых жгутов на основе визуальных исследований потока в отсасывающих трубах модельных гидротурбин типа РО170 и ПР40, необходимые для проведения численных экспериментов по прогнозированию пульсационных характеристик.

Стенка отсасывающей трубы моделируется вихревой поверхностью, состоящей из бесконечно большого числа тонких вихревых шнуров переменной интенсивности с

© П.С. Завьялов, Ю.М. Кухтенков, Ю.А. Подвойский, 2014

шагом равным шагу физических вихревых жгутов, имеющих форму винтовой спирали (рис. 1а). Задача рассматривается в квазистационарной постановке, жидкость невязкая. Поток вне вихрей при определении индуцированных скоростей принимается потенциальным. Учен также дополнительный осесимметричный поток, обусловленный прохождением жидкости через рабочее колесо турбины. Задача сводится к поиску скоростей и давлений в отсасывающей трубе.

Суммарная скорость в произвольной точке отсасывающей трубы записывается

$$\bar{V} = \sum_{s=1}^{z_{ж}} \bar{V}_{жс} + \bar{V}_{п} + \bar{V}_{q}, \quad (1)$$

где $\bar{V}_{жс}$ – скорость, индуцированная физическим вихревым жгутом с порядковым номером s , $\bar{V}_{п}$ – скорость, индуцированная вихревой поверхностью, \bar{V}_{q} – скорость дополнительного осесимметричного потока, состоящая из осевой (расходной) и окружной (циркуляционной) компонент, $z_{ж}$ – число вихревых жгутов $1 \leq s \leq z_{ж}$ [1–3].

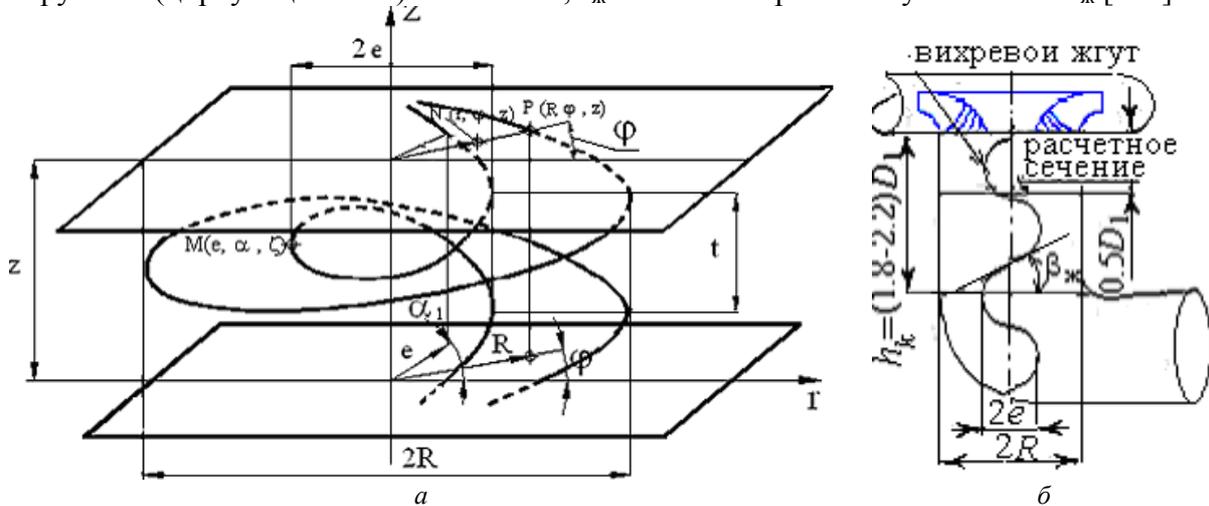


Рис. 1 – Расчетная схема жгутовых пульсаций давления в отсасывающей трубе с одним вихревым жгутом: а – схема физического вихревого жгута и вихревой нити на вихревой поверхности, моделирующей стенку отсасывающей трубы; б – вихревой жгут в отсасывающей трубе

Проекции скорости $\bar{V}_{жс}$ в цилиндрической системе координат имеют вид [1, 2, 5]:

$$\left. \begin{aligned} V_{жсr} &= \frac{\Gamma(\bar{e}R)^2 \operatorname{tg}\beta_{ж}}{4\pi z_{ж}} \int_{\alpha_{SH}}^{\alpha_{SK}} \frac{\sin(\alpha_s - \varphi) - (\alpha_s - \alpha_{s1})\cos(\alpha_s - \varphi)}{\rho_s^3} d\alpha; \\ V_{жс\varphi} &= \frac{\Gamma\bar{e}R^2 \operatorname{tg}\beta_{ж}}{4\pi z_{ж}} \int_{\alpha_{SH}}^{\alpha_{SK}} \frac{\bar{r} - \bar{e}[\cos(\alpha_s - \varphi) + (\alpha_s - \alpha_{s1})\sin(\alpha_s - \varphi)]}{\rho_s^3} d\alpha; \\ V_{жсz} &= \frac{\Gamma\bar{e}R^2}{4\pi z_{ж}} \int_{\alpha_{SH}}^{\alpha_{SK}} \frac{\bar{e} - \bar{r}\cos(\alpha_s - \varphi)}{\rho_s^3} d\alpha, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где Γ – интенсивность вихревого жгута; $\beta_{ж}$ – угол подъема вихревой линии; $z_{ж}$ – число физических вихревых жгутов; ρ_s – расстояние между точкой на вихревом жгуте $M_s(e, \alpha_s, \zeta)$ и точкой $N(r, \varphi, z)$ в произвольном месте отсасывающей трубы для случая с несколькими физическими вихревыми жгутами; s – порядковый номер вихревого

жгута, а $\alpha_s = \alpha + \frac{2\pi}{z_{\text{ж}}}(s-1)$; \bar{e} – эксцентриситет вихревого жгута;

$\rho_s = R \left\{ \bar{r}^2 - 2\bar{e}\bar{r}\cos(\alpha_s - \varphi) + \bar{e}^2 \left[1 + (\alpha_s - \alpha_{s1})^2 \text{tg}^2 \beta_{\text{ж}} \right] \right\}^{1/2}$ – угловая координата жгута.

Скорость, индуцированная вихревой поверхностью, моделирующей стенку отсасывающей трубы, может быть записана

$$\bar{V}_{\Pi} = f[e, \beta_{\text{ж}}, \gamma(\alpha_2), \varphi, \alpha_1, \rho_{\Pi}]. \quad (3)$$

Неизвестная функция напряженности вихревой поверхности $\gamma(\alpha_2)$ в (3) определяется при выполнении граничного условия на стенке трубы (4) и дополнительной зависимости (5):

$$\sum_{s=1}^{z_{\text{ж}}} V_{\text{жср}} + V_{\text{вр}} = 0; \quad (4)$$

$$R \sin \beta_{\Pi} \int_0^{2\pi} \gamma(\alpha_2) d\alpha_2 = -\Gamma_{2\text{вт}}, \quad (5)$$

где $\gamma(\alpha_2)$ – напряженность вихревого слоя (вихревой поверхности), моделирующей стенку отсасывающей трубы, $\beta_{\Pi} = \text{arctg}(\bar{e}\text{tg}\beta_{\text{ж}})$ – угол наклона вихревой линии вихревой поверхности; $\Gamma_{2\text{вт}}$ – циркуляция за рабочим колесом у втулки.

Эти условия позволяют определить напряженность $\gamma(\alpha_2)$ из (4) с учетом (5). Подставляя из уравнения (2) выражение для $V_{\text{жср}}$ и $V_{\text{вр}}$ в (4) и учитывая, что $\bar{r} = r/R = 1$, $\alpha_1 = \text{const}$, имеем уравнение

$$\lambda \int_0^{2\pi} \gamma(\alpha_2) F(\varphi, \alpha_2) d\alpha_2 = f(\varphi). \quad (6)$$

Уравнение в форме (6) является уравнением Фредгольма 1 рода, которое было приведено в [3]. В данной работе оно составлено для многотовальной схемы, а функции $F(\varphi, \alpha_2)$, $f(\varphi)$ и λ определены в зависимости от $\beta_{\text{ж}}$, что позволяет при расчетах непосредственно использовать экспериментальные и теоретические данные по углам $\beta_{\text{ж}}$ [1, 4]. Для выполнения (4) в расчетном сечении, которое располагается на расстоянии $0,5D_1$ от обода рабочего колеса в отсасывающих трубах (рис. 1б), выполняем ряд решений (6) для расчетной высоты трубы h_k . Примерно в этом же сечении, в соответствии с требованиями МЭК, устанавливаются датчики для измерения пульсаций давления в отсасывающей трубе.

Реализация математической модели. Непосредственное решение уравнения Фредгольма 1 рода (6) вызывает трудности в связи с его некорректностью [6]. Поэтому функцию $\gamma(\alpha_2)$ задаем в виде ряда Фурье с неизвестными коэффициентами [1, 4]

$$\gamma(\alpha_2) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos k\alpha_2 + b_k \sin k\alpha_2). \quad (7)$$

Из (7) следует, что число неизвестных коэффициентов ряда равно $(2n + 1)$, где n – число гармоник, k – номер гармоники. Так как a_0 легко находится из второго граничного условия (5), то в дальнейшем имеем число неизвестных коэффициентов $2n$, можно найти из решения СЛАУ с числом уравнений $2n$, полученных из граничных условий (4) в преобразованном виде (6). Подставляя (7) в (5), получим $a_0 = -\Gamma_{2\text{вт}} / (\pi R \sin \beta_{\Pi})$.

Введя в (7) обозначения: $a_k = x_k$, $b_k = x_{k+n}$ – уравнение (7) можно записать

$$\gamma(\alpha_2) = -\frac{\Gamma_{2\text{вг}}}{2R\pi\sin\beta_{\text{п}}} + \sum_{k=1}^n x_k \cos k\alpha_2 + \sum_{k=1}^n x_{k+n} \sin k\alpha_2 \quad (8)$$

Для расчета $\gamma(\alpha_2)$ необходимо определить неизвестные коэффициенты x_k и x_{k+n} в (8). Для получения необходимого числа уравнений СЛАУ надо разделить периметр расчетного поперечного сечения отсасывающих трубы на число частей, равное двойному числу гармоник $2n$ и в точках деления (расчетные точки) записываем преобразованные условия «непротекания» (6) с изменением $\gamma(\alpha_2)$ согласно (8). С целью повышения точности расчетов составляем СЛАУ для случая ее переопределенности, что повышает информативную значимость неизвестных коэффициентов x_k и x_{k+n} . В этом случае принимаем число расчетных точек на контуре отсасывающей трубы в расчетном сечении значительно больше, чем число неизвестных коэффициентов x_k . Следовательно, получаем переопределенную СЛАУ в виде (9):

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^n x_k \int_0^{2\pi} \cos k\alpha_2 F(\alpha_2, \varphi_1) d\alpha_2 + \sum_{k=n+1}^{2n} x_{k-n} \int_0^{2\pi} \sin k\alpha_2 F(\alpha_2, \varphi_1) d\alpha_2 &= \\ &= \frac{1}{\lambda} f(\varphi_1) + \frac{\Gamma}{2\pi R \sin \beta_{\text{п}}} \int_0^{2\pi} F(\alpha_2, \varphi_1) d\alpha_2; \\ \sum_{k=1}^n x_k \int_0^{2\pi} \cos k\alpha_2 F(\alpha_2, \varphi_i) d\alpha_2 + \sum_{k=n+1}^{2n} x_{k-n} \int_0^{2\pi} \sin k\alpha_2 F(\alpha_2, \varphi_i) d\alpha_2 &= \\ &= \frac{1}{\lambda} f(\varphi_i) + \frac{\Gamma}{2\pi R \sin \beta_{\text{п}}} \int_0^{2\pi} F(\alpha_2, \varphi_i) d\alpha_2; \\ \dots\dots\dots \\ \sum_{k=1}^n x_k \int_0^{2\pi} \cos k\alpha_2 F(\alpha_2, \varphi_p) d\alpha_2 + \sum_{k=n+1}^{2n} x_{k-n} \int_0^{2\pi} \sin k\alpha_2 F(\alpha_2, \varphi_p) d\alpha_2 &= \\ &= \frac{1}{\lambda} f(\varphi_{2n}) + \frac{\Gamma}{2\pi R \sin \beta_{\text{п}}} \int_0^{2\pi} F(\alpha_2, \varphi_p) d\alpha_2. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где $\varphi_i = 2\pi^2(i-1)/n$, i – номер расчетной точки, а $p > 2n$.

Система (9) может быть записана также в матричном виде

$$Ax = b, \quad (10)$$

где A – не квадратная матрица, а прямоугольная – размерности $(p) \times (2n)$ с элементами:

$$\left. \begin{aligned} a_{ij} &= \int_0^{2\pi} \cos j\alpha_2 F_i(\alpha_2, \varphi_i) d\alpha_2, \quad 1 \leq j \leq n, \text{ а } j = k; \\ a_{ij} &= \int_0^{2\pi} \sin(j-n)\alpha_2 F_i(\alpha_2, \varphi_i) d\alpha_2, \quad n+1 \leq j \leq 2n, \text{ а } j = k+n; \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

x – искомый вектор-столбец; b – известный вектор-столбец с элементами:

$$b_i = \frac{1}{\lambda} f(\varphi_i) + \frac{\Gamma_{2\text{вг}}}{2\pi R \sin \beta_{\text{п}}} \int_0^{2\pi} F_i(\alpha_2, \varphi_i) d\alpha_2.$$

Для определения неизвестных коэффициентов x используем метод наименьших квадратов. Выбор решения ведем по полученной минимальной невязке

$$S = \sum_{i=1}^p \left[b_i - \sum_{j=1}^{2n} a_{ij} x_j \right]^2 \rightarrow \min \text{ системы уравнений (9).}$$

Тогда СЛАУ (10) принимает вид [7]

$$\tilde{A}Ax = \tilde{A}b, \tag{12}$$

где \tilde{A} – транспонированная матрица, а $\tilde{A}A$ – квадратная матрица размерности $2n \times 2n$, независимо от того, как сильно была переопределена система. Решение системы (12) уточняется методом прямого поиска Хука-Дживса.

В результате уточнения решения находим коэффициенты x_j , а затем определяем напряженность вихревого слоя $\gamma(\alpha_2)$. Для реализации системы (12) используем численные методы Гаусса с выбором главного элемента. Двойные интегралы, входящие в систему уравнений, рассчитываются по формулам Симпсона и по схеме интегрирования Гаусса как повторные с учетом их особенностей.

Имея в расчетных точках $\gamma(\alpha_2)$, определяем V_n из (3), а потом и суммарную скорость на стенке отсасывающей трубы из (1). Осевая (расходная) и окружная (от циркуляционного вихревого потока) составляющие скорости V_q дополнительного осесимметричного потока в (1) определяются соответственно по зависимостям:

$$V_{qs} = Q / \left[\pi R^2 \left(1 - \sum_{i=1}^{z_{жк}} \bar{d}_{ж}^2 \right) \right], \quad \text{а составляющая} \quad V_{qp} = \frac{\Gamma_{2пер} - \Gamma_{2вт}}{2pR} \quad \text{– путем решения}$$

осесимметричной кромочной задачи [8].

Определение интенсивности вихревого жгута за рабочим колесом

Интенсивность жгута и вихревой поверхности определяется по значению циркуляции потока за колесом у втулки колеса. Для расчета циркуляции потока вдоль выходной кромки необходимо вычисление меридиональной скорости. Ее можно принять в первом приближении из равноскоростного меридионального потока. Дальнейшее ее уточнение при заданной геометрии лопасти выполняем с помощью уравнений упрощенной модели осесимметричного потока, позволяющих рассчитать распределение меридиональной скорости вдоль выходной кромки лопасти колеса [8]

$$\frac{dV_m}{dl} + M(l)V_m = N(l), \tag{13}$$

Зная скорость V_m , определяем циркуляцию за рабочим колесом у втулки

$$\Gamma = \bar{r} D_1 \left[\bar{r} \pi \frac{n_1' \sqrt{H}}{60} - V_m \text{ctg}(\beta) \right], \tag{14}$$

где $\bar{r} = 2r/D_1$ – относительный радиус точки выходной кромки; при $\bar{r} = \bar{r}_{вт}$, $\Gamma = \Gamma_{вт}$.

Интенсивность вихревого жгута Γ принимается равной циркуляции Γ_2 за рабочим колесом для одно вихревой схемы. При наличии двух или трех жгутов их интенсивность соответственно равна $\Gamma/2$ и $\Gamma/3$.

Геометрические параметры вихревого жгута. Для решения математической модели необходимы зависимости эксцентриситета вихревого жгута – \bar{e} , диаметра его поперечного сечения – $\bar{d}_{ж}$, угла наклона жгута – $\beta_{ж}$. На основании визуальных исследований потока за р.к. модельных турбин были определены зависимости \bar{e} , $\bar{d}_{ж}$, $\beta_{ж}$ для жгутов при различных режимах работы турбин путем покоординатной интерполяции. В данной статье приведены зависимости \bar{e} , $\bar{d}_{ж}$, $\beta_{ж}$ (15)–(17),

полученные при испытании модельной турбины РО170 и (18)–(20) – при испытании турбины ПР40 (рис. 2), где \bar{Q}'_l, \bar{n}' – относительные приведенные обороты и частоты.

$$\bar{e}(\bar{Q}'_l, \bar{n}'_1) = \left| a_0(\bar{n}'_1) + a_1(\bar{n}'_1) \left(\frac{\bar{Q}'_l}{\bar{n}'_1} - 1 \right) + a_2(\bar{n}'_1) \left(\frac{\bar{Q}'_l}{\bar{n}'_1} - 1 \right)^2 + a_3(\bar{n}'_1) \left(\frac{\bar{Q}'_l}{\bar{n}'_1} - 1 \right)^3 \right|, \quad (15)$$

где

$$a_0(\bar{n}'_1) = 0.0001; \quad a_1(\bar{n}'_1) = -0.854 + 52.525(\bar{n}'_1 - 1) + 507.456(\bar{n}'_1 - 1)^2;$$

$$a_2(\bar{n}'_1) = 0.091 + 402.304(\bar{n}'_1 - 1) + 3865.0(\bar{n}'_1 - 1)^2; \quad a_3(\bar{n}'_1) = 0.2 + 645.185(\bar{n}'_1 - 1) + 5946.0(\bar{n}'_1 - 1)^2.$$

$$\bar{d}_ж(\bar{Q}'_l, \bar{n}'_1) = \left| a_0(\bar{n}'_1) + a_1(\bar{n}'_1) \left(\frac{\bar{Q}'_l}{\bar{n}'_1} - 1 \right) + a_2(\bar{n}'_1) \left(\frac{\bar{Q}'_l}{\bar{n}'_1} - 1 \right)^2 + a_3(\bar{n}'_1) \left(\frac{\bar{Q}'_l}{\bar{n}'_1} - 1 \right)^3 \right|, \quad (16)$$

где

$$a_0(\bar{n}'_1) = 0.002257 + 0.011(\bar{n}'_1 - 1) - 0.075(\bar{n}'_1 - 1)^2; \quad a_1(\bar{n}'_1) = -1.766 + 48.056(\bar{n}'_1 - 1) + 567.378(\bar{n}'_1 - 1)^2;$$

$$a_2(\bar{n}'_1) = -9.116 + 447.445(\bar{n}'_1 - 1) + 5002.0(\bar{n}'_1 - 1)^2; \quad a_3(\bar{n}'_1) = -20.473 + 888.497(\bar{n}'_1 - 1) + 9766.0(\bar{n}'_1 - 1)^2.$$

$$\beta_ж(\bar{Q}'_l, \bar{n}'_1) = \left| a_0(\bar{n}'_1) + a_1(\bar{n}'_1) \left(\frac{\bar{Q}'_l}{\bar{n}'_1} - 1 \right) + a_2(\bar{n}'_1) \left(\frac{\bar{Q}'_l}{\bar{n}'_1} - 1 \right)^2 + a_3(\bar{n}'_1) \left(\frac{\bar{Q}'_l}{\bar{n}'_1} - 1 \right)^3 \right|, \quad (17)$$

$$a_0(\bar{n}'_1) = 0.056; \quad a_1(\bar{n}'_1) = -0.721 + 31.826(\bar{n}'_1 - 1) + 159.33(\bar{n}'_1 - 1)^2;$$

$$a_2(\bar{n}'_1) = 19.977 + 317.23(\bar{n}'_1 - 1) + 1832(\bar{n}'_1 - 1)^2; \quad a_3(\bar{n}'_1) = 47.208 + 609.146(\bar{n}'_1 - 1) + 4330.0(\bar{n}'_1 - 1)^2.$$

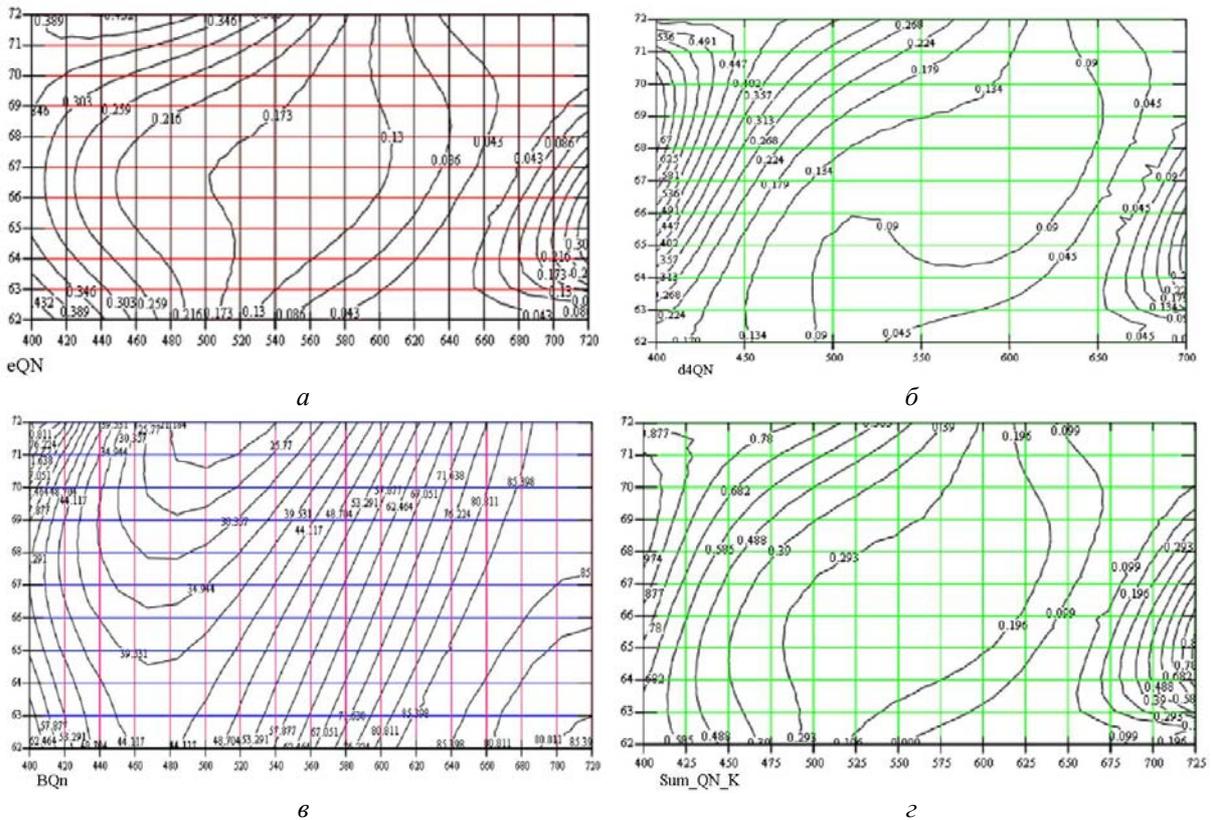


Рис. 2 – Геометрические параметры вихревого жгута в модельной гидротурбине РО170-50:
 а – эксцентриситет; б – диаметр поперечного сечения; в – угол подъема; г – сумма ($\bar{e} + \bar{r}_ж$)

$$\bar{e}(\bar{Q}'_l, \bar{n}'_1) = \left| a_0(\bar{n}'_1) + a_1(\bar{n}'_1) \left(\frac{\bar{Q}'_l}{\bar{n}'_1} - 1 \right) + a_2(\bar{n}'_1) \left(\frac{\bar{Q}'_l}{\bar{n}'_1} - 1 \right)^2 \right|, \quad (18)$$

где

$$a_0(\bar{n}'_1) = 0.00138 + 0.0061(\bar{n}'_1 - 1) + 0.021125(\bar{n}'_1 - 1)^2; \quad a_1(\bar{n}'_1) = -2.048 - 33.345(\bar{n}'_1 - 1) - 76.832(\bar{n}'_1 - 1)^2;$$

$$a_2(\bar{n}'_1) = 10.031 - 215.4(\bar{n}'_1 - 1) = 1014.0(\bar{n}'_1 - 1)^2.$$

$$\bar{d}_ж(\bar{Q}'_l, \bar{n}'_1) = \left| a_0(\bar{n}'_1) + a_1(\bar{n}'_1) \left(\frac{\bar{Q}'_l}{\bar{n}'_1} - 1 \right) + a_2(\bar{n}'_1) \left(\frac{\bar{Q}'_l}{\bar{n}'_1} - 1 \right)^2 \right|, \quad (19)$$

где

$$a_0(\bar{n}'_1) = 0.001014 + 0.000143(\bar{n}'_1 - 1) + 0.000254(\bar{n}'_1 - 1)^2;$$

$$a_1(\bar{n}'_1) = -0.05 - 1.04(\bar{n}'_1 - 1) - 1.838(\bar{n}'_1 - 1)^2; \quad a_2(\bar{n}'_1) = 2.478 + 14.19(\bar{n}'_1 - 1) + 22.752(\bar{n}'_1 - 1)^2.$$

$$\beta_ж(\bar{Q}'_l, \bar{n}'_1) = \left| a_0(\bar{n}'_1) + a_1(\bar{n}'_1) \left(\frac{\bar{Q}'_l}{\bar{n}'_1} - 1 \right) + a_2(\bar{n}'_1) \left(\frac{\bar{Q}'_l}{\bar{n}'_1} - 1 \right)^2 \right|, \quad (20)$$

где

$$a_0(\bar{n}'_1) = 0.993 - 0.019(\bar{n}'_1 - 1) + 0.043(\bar{n}'_1 - 1)^2; \quad a_1(\bar{n}'_1) = 5.681 + 99.684(\bar{n}'_1 - 1) + 166.803(\bar{n}'_1 - 1)^2;$$

$$a_2(\bar{n}'_1) = 8.066 + 604.474(\bar{n}'_1 - 1) + 2891.000(\bar{n}'_1 - 1)^2.$$

Указанные зависимости могут быть использованы с достаточной точностью для турбин РО115-310. Для некоторых проточных частей формулы для e и $d_ж$ получены только в небольшой зоне универсальной характеристики $n'_1 - Q'_l$. Они также могут быть использованы при прогнозировании пульсационных характеристик с некоторым ограничением по n'_1 [9].

Для расчета пульсационной характеристики в зоне двух жгутов и более необходимо учитывать изменение их геометрических параметров, в частности, e и $d_ж$. В этом случае при наличии одного жгута или более сохраняется связь $\bar{e}_z + \bar{d}_ж \leq 0.98$. Зависимость $d_{жz}$ при любом числе жгутов от $d_{ж1}$ при наличии одного жгута может быть получена теоретическим путем при условии

$$N_z = \frac{N}{z_ж} \quad \text{и} \quad \Gamma_z = \frac{\Gamma}{z_ж}, \quad (21)$$

где N – мощность циркуляционного потока вихревого жгута в одновихревой схеме; N_z – мощность циркуляционного потока жгутов в многовихревой схеме; $\Gamma = \Gamma_{2рк}$ – интенсивность жгутов в одновихревой схеме; Γ_z – интенсивность жгутов в многовихревой схеме. В [5] получено, что при трансформации одного вихревого жгута в два, т.е. $d_{ж2} = \frac{d_{ж1}}{2}$, а при трансформации двух в три, т.е. $d_{ж3} = \frac{2d_{ж2}}{3} = \frac{d_{ж1}}{3}$.

Эксцентриситет определяется также из условия $\bar{e}_z + \bar{d}_ж \leq 0.99$. Могут быть использованы зависимости для геометрических параметров вихревых жгутов, полученные другим путем [10].

Расчет амплитуд и частот пульсаций давлений в отсасывающей трубе

Расчеты максимальной и минимальной суммарных скоростей проводятся в расчетном сечении на стенке отсасывающей трубы при постоянном значении циркуляции для выбранного режима по оборотам и расходу. Двойную амплитуду пульсаций давления определяем с использованием интеграла Коши-Лагранжа (22) или

Бернуллі (23) в залежності від структури потоку за робочим колесом. Якщо структура потоку близька до вихревої використовуємо (23), а якщо потік потенціальний використовуємо (22). Уравнение (22) використовується також, якщо не враховувати додатковий потік V_q по (1) із [3].

$$\left[\frac{2A}{H} \right] \% = \left[\frac{V_{\max}^2 - V_{\min}^2}{2gH} - \frac{R\omega(V_{\phi\max} - V_{\phi\min})}{gH} \right] 100 \% . \quad (22)$$

$$\frac{2A}{H} = \frac{V_{\max}^2 - V_{\min}^2}{2gH}, \quad (23)$$

де A – амплітуда пульсацій тиску, м; H – напір випробувань, м.

В (22)–(23) V_{\max} і V_{\min} визначені з урахуванням формул $V = (V_r^2 + V_\phi^2 + V_z^2)^{1/2}$, $V_r = \sum_{s=1}^{z_{ж}} V_{жsr} + V_{пр}$; $V_\phi = \sum_{s=1}^{z_{ж}} V_{жс\phi} + V_{п\phi} + V_{q\phi}$; $V_z = \sum_{s=1}^{z_{ж}} V_{жsz} + V_{пz} + V_{qz}$ на стінці відсмокчуваної труби $\bar{r}=1$, $V_r=0$. Для розрахунку частоти пульсацій тиску визначаємо окружну швидкість на одному з фізичних вихревих жгутів в розрахунковому перерізі при $r=e$,

$$V'_\phi = \sum_{s=1}^{s=z_{ж}} V_{жс\phi} + V_{п\phi} + V_{с\phi}. \quad (24)$$

В (24) $V_{жс\phi}$ – окружна складова швидкості, індукційована фізичними вихревыми жгутами, взята з другого рівняння (2), записаного для кожного вихревого жгута, $V_{п\phi}$ – окружна складова швидкості, індукційована вихревою поверхнею, моделююючою стінку відсмокчуваної труби і береться при $\bar{r}=\bar{e}$; $V_{с\phi}$ – швидкість самоіндукції першого ($s=1$) основного вихревого жгута, визначається по перетвореній залежності [10].

$$V_{с\phi} = \frac{\Gamma\Psi \cos^2 \beta_{ж} \ln \frac{2\bar{e}R}{r_{ж} \cos^2 \beta_{ж}}}{4\pi e R z_{ж} \sin \beta_{ж}}, \quad (25)$$

де $\Psi = 0.7-0.9$ в залежності від швидкості гідротурбіни, $r_{ж}$ – радіус ядра жгута, задаваний експериментальними даними.

В (22) не враховано $V_{q\phi}$, яка має невеликі значення при $\bar{e}=0-0.6$. Визначивши V'_ϕ , знаходимо кутову частоту обертання жгута $\omega_{ж} = V'_\phi / R\bar{e}$ і частоту пульсацій тиску за робочим колесом – $f_{ж} = \frac{V'_\phi z_{ж}}{2\pi R e}$.

Результати чисельного експерименту

На рис. 3 наведено амплітуди пульсацій тиску для гідротурбіни РО230 в разі одного фізичного вихревого жгута, розраховані за вищевказаною математичною моделлю з використанням (21). Зліва від оптимума визначаємо межю переходу від одновихревої схеми до двовихревої при значенні параметра $\Pi = 2.5$, визначеному з експериментів в роботах Г. Фелвея [12]. Лінія I-I задовольняє умову $\bar{e} + \bar{r}_{ж} \leq 0.98$. Зліва від неї \bar{e} змінюється за лінійним законом від $\bar{e} = \bar{e}_{\max}$ до $\bar{e} = 0$ при $\bar{Q}'_1 = 0$. Праву відносно оптимума межю переходу одного вихревого жгута до двох приймаємо на основі наших експериментальних даних: її координати за витратою, приблизно (1,15–1,3) $\bar{Q}'_{1\text{опт}}$ (лінія III-III). Розглянута математична

модель и методика позволяют выполнить расчеты пульсаций давления для случая с несколькими вихревыми жгутами при наличии сведений об их геометрии и интенсивности по параметру Π . Путем наложения характеристик в поле $Q_1' - n_1'$ можно получить суммарную пульсационную характеристику.

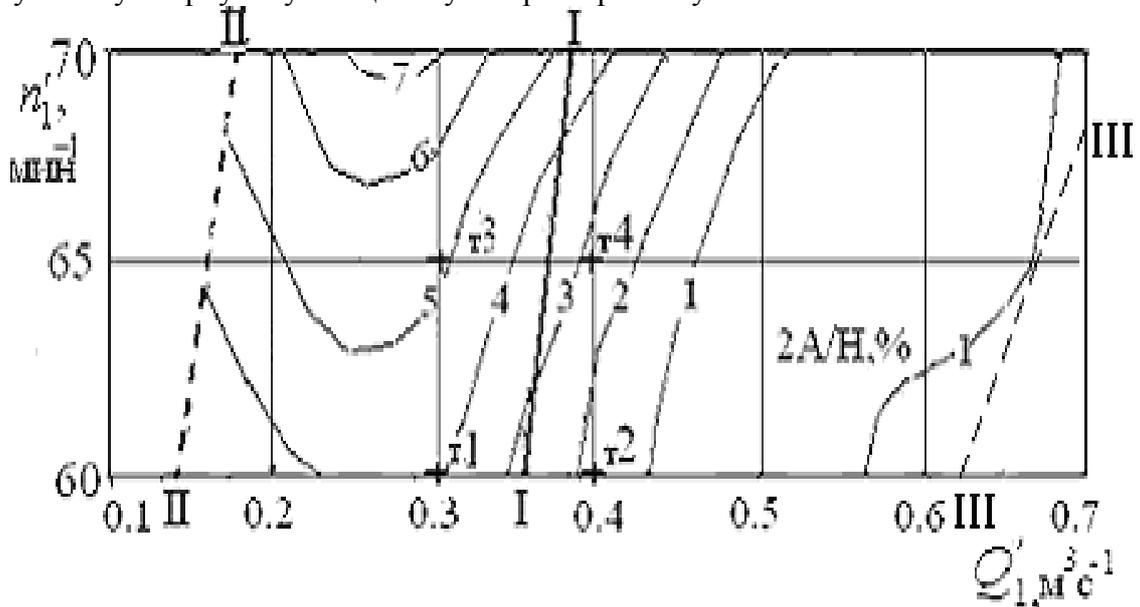


Рис. 3 – Расчетные амплитуды пульсаций давления ($2A/H, \%$) в гидротурбине РО230/3234:
 ✦ – по данным испытаний экспериментальные точки (в т. 1 – 3.5 %; т. 2 – 1.3 %; т. 3 – 3.8 %; т. 4 – 1.9 %)

В рассмотренном примере амплитуды пульсации давления рассчитаны, исходя из уравнения Бернулли, так как поток за рабочим колесом, определенный с помощью кромочной осесимметричной задачи, оказался близок к вихревому.

Выводы

1 Разработанная математическая модель жгутовых пульсаций давлений для произвольного числа вихревых жгутов и ее реализация позволяют получить прогнозные пульсационные характеристики в широком диапазоне режимов работы гидротурбины. Прогнозные уровни пульсаций давления могут быть использованы в расчетах на динамическую прочность элементов конструкции гидротурбины и обратимой гидромашины и для уточнения зоны их эксплуатации.

2 Амплитуды пульсаций давлений могут быть рассчитаны на основе интегралов Коши-Лагранжа или Бернулли в зависимости от структуры потока за рабочим колесом.

3 Структура потока и интенсивность вихревого жгута, равная циркуляции потока за рабочим колесом $\Gamma_{вт}$, определяется из решения осесимметричной задачи в зоне выходной кромки.

4 Получены аппроксимационные зависимости для всех трех геометрических параметров вихревых жгутов на основе визуальных и зондовых исследований потока в отсасывающих трубах гидротурбин РО170 и ПР40 на модельных блоках гидротурбинной лаборатории ОАО «Турбоатом». Эти зависимости могут быть использованы соответственно для диапазона напоров 200–300 метров и 30–50 метров.

5 Сравнение расчетных амплитуд пульсаций давления с экспериментальными в отсасывающей трубе свидетельствует об их удовлетворительном согласовании, что подтверждает точность разработанной методики численного моделирования.

6 Полученная расчетом пульсационная характеристика свидетельствует о допустимом уровне нестационарности в турбинах типа РО 230 ОАО «Турбоатом».

Список литературы: 1. Завьялов, П.С. К вопросу математического моделирования НЧПД в отсасывающих трубах жестколопастных гидротурбин [Текст] / П.С. Завьялов, Ю.М. Кухтенков, Ю.А. Подвойский // Вісник НТУ «ХП». – Х., 2002. – Т. 12, № 9. – С. 83-88. 2. Кочин, Н.Е. Теоретическая гидромеханика [Текст] / Н.Е. Кочин, И.А. Кибель, Н.В. Розе. – М.: ГИТЛ, 1955. – 560 с. 3. Григорьев, В.И. Определение пульсаций давления в отсасывающей трубе под действием вихря за рабочим колесом гидротурбины [Текст] / В.И. Григорьев // Энергомашиностроение. – М., 1968. – № 9. – С. 42-44. 4. Завьялов, П.С. Прогнозирование пульсаций давлений от нескольких вихревых жгутов за рабочим колесом РО гидротурбины [Текст] / П.С. Завьялов, Ю.М. Кухтенков, Ю.А. Подвойский // Вісник НТУ «ХП». – Х., 2001. – № 129. – С. 95-104. 5. Завьялов, П.С. К методу расчета пульсационных характеристик вихревых жгутов за рабочим колесом гидротурбины [Текст] / П.С. Завьялов, Ю.М. Кухтенков, Ю.А. Подвойский, И.В. Гончар // Проблемы машиностроения. – Х.: ИПМаш НАНУ. – 2003. – Т. 6, № 2. – С. 84-92. 6. Лаврентьев, М.М. Некорректные задачи математической физики и анализа [Текст] / М.М. Лаврентьев, В.Г. Романов. – М.: Наука, 1980. – 325 с. 7. Ланцош, К. Практические методы математического анализа [Текст] / К. Ланцош. – М.: Физматгиз, 1961. – 524 с. 8. Этинберг, И.Э. Гидродинамика гидравлических турбин [Текст] / И.Э. Этинберг, Б.С. Раухман. – Л.: Машиностроение, 1978. – 280 с. 9. Kubota, T. Effect of cone angle at draft tube inlet in hydraulic characteristics of Francis turbine [Текст] / T. Kubota, S. Jamada // Symposium Operating Problems of Pump Stations and Power Plants. Amsterdam, the Nether-lands, September 13-17, 1982. – P. 111-116. 10. Жуковский, Н.Е. Вихревая теория гребного винта [Текст] / Н.Е. Жуковский. – М.-Л.: ГИТЛ, 1950. – 370 с. 11. Бондаренко, А.В. Моделирование параметров вихревого жгута в поле универсальной характеристики жестколопастных гидротурбин [Текст] / А.В. Бондаренко, П.С. Завьялов, А.М. Гришин // Вісник НТУ «ХП». – Х., 1997. – Ч. 2. – С. 64-68. 12. Falvey, H. A primer on draft tube surging [Текст] / H. Falvey // Hydro rev. – 1993. – 12, № 1. – P. 76-86.

Поступила в редколлегию 20.09.13

УДК 621.224.24

Математическое моделирование низкочастотных пульсаций давлений в отсасывающих трубах жестколопастных гидротурбин и обратимых гидромашин [Текст] / П.С. Завьялов, Ю.М. Кухтенков, Ю.А. Подвойский // Вісник НТУ «ХП». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Х.: НТУ «ХП», 2014. – № 1(1044). – С. 204-213. – Бібліогр.: 12 назв. – ISSN 2078-774X.

Розроблені просторові математичні моделі для прогнозування низькочастотних пульсацій тиску від руху довільного числа вихрових джгутів у відсмоктуючій трубі у гідротурбині і оберненій гідромашині, а також методика побудови пульсаційних характеристик. Одержані геометричні параметри вихрових джгутів та їх інтенсивності.

Ключові слова: математична модель, пульсації тиску, відсмоктуюча труба, вихровий джгут, радіально-осьова гідротурбіна, проточна частина, пульсаційна характеристика.

Developed spatial mathematical models for predicting low-pressure fluctuations on the motion of an arbitrary number of vortex bundles in the suction pipe and the method of construction of pulse characteristics. Geometrical parameters of the vortex swirls and their intensity identified.

Keywords: the Francis turbine, a flowing part, draft tube, vortex swirl, pulsations of pressure, pulsations the characteristic, mathematical model.